**Н.В. Токунова,**

**ВСФ ФГБОУ ВО «РГУП»,**

**г. Иркутск, Российская Федерация**

**СТРАТЕГИИ ВЫИГРЫША В НЕКОТОРЫХ ИГРАХ**

**(на примере игры «Камешки»)**

Кто из нас не хотел быть победителем в любой игре? Будь то игра спортивная или интеллектуальная. Конечно, чтобы стать победителем в спортивных играх, нужно тренировать свои мышцы и выносливость. Иначе дело обстоит с интеллектуальными играми. Мозг не «накачаешь». Здесь нужны сообразительность, смекалка; знание путей и способов выигрыша в той или иной игре, а также умение их применять.

Мы будем говорить о некоторых играх с полной информацией (шахматы, шашки, го, рэндзю, крестики-нолики, камешки, ползунок, сим и др.), хотя при этом есть игры с неполной информацией («камень-ножницы-бумага», морской бой и др.).

Оказывается, что во многих играх с полной информацией существуют выигрышные стратегии для одного из игроков. Чтобы найти выигрышную стратегию, необходимо увидеть все позиции игры (выигрышные и проигрышные). При этом используются различные способы рассуждений: это метод проб и ошибок, метод перебора, графические (цепочка выполнения, линейка, дерево вариантов игры)

Цель работы: на основе рассмотрения некоторых игр показать выигрышные позиции и стратегии для одного из игроков на примере игр: камешки, крестики-нолики, используя различные графические приемы.

Под игрой понимается процесс, в котором участвуют две и более сторон, ведущих борьбу за реализацию своих интересов (википедия).

Игра с полной информацией —это логическая игра, в которой для соперников отсутствует элемент неопределённости.

Можно считать, что игра является игрой с полной информацией, если:

* игроки воздействуют на игровую ситуацию своими действиями - ходами, порядок ходов определён правилами и не зависит от таких параметров, как скорость реакции игроков (то есть очередной ход делает тот, кто должен его сделать по правилам, а не тот, кто первым догадался или успел его сделать);
* в любой момент игры все игроки имеют полную информацию о состоянии игры, то есть о позиции и всех возможных ходах любого из игроков.

Для любой игры с полной информацией, теоретически, можно просчитать всё дерево возможных ходов игроков и определить последовательность ходов, которая гарантировано приведёт по крайней мере одного из них к выигрышу или ничьей, то есть всегда может быть построен алгоритм выигрыша или сведения игры вничью по крайней мере для одной из сторон.

В [теории игр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%B8%D0%B3%D1%80) стратегия игрока в игре  — это полный план действий при всевозможных ситуациях, способных возникнуть. Стратегия определяет действие игрока в любой момент игры и для каждого возможного течения игры, способного привести к каждой ситуации. Набор стратегий — стратегии для каждого из игроков, которые полностью описывают все действия в игре. Набор стратегий обязан включать одну и только одну стратегию для каждого игрока.

Тактика — совокупность приёмов и способов выполнения отдельных шахматных операций, входящих в стратегический план и его завершающих.

Понятие стратегии иногда путают с понятием хода. Ход является действием одного из игроков в какой-то момент игры. Стратегию можно сравнить с полным компьютерным [алгоритмом](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC) для участия в игре, который предусматривает возможность хода из любого возможного положения во время игры. К примеру, число ходов в [«крестиках-ноликах»](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B8-%D0%BD%D0%BE%D0%BB%D0%B8%D0%BA%D0%B8) 4 или 5, в зависимости от того, кто начал; число всех стратегий 384 или 945 соответственно.

В любой игре присутствует такое понятие, как позиция. Можно описать это понятие как совокупность текущих параметров игры, по которой в конце концов определяется выигрыш.

Выигрышная позиция — такая, получив которую, можно играть так, чтобы выиграть, чтобы не делал соперник. Проигрышная позиция — такая, получив которую, вы проиграете, если только соперник не ошибётся.

По-другому, проигрышная позиция – это позиция, любой разрешённый ход из которой ведёт в выигрышную позицию. Назовём выигрышной позицию, из которой существует ход, приводящий в проигрышную позицию.

Из множества всех возможных партий выделим разумные партии, т. е. такие, в которых каждый игрок стремится к победе и не поддаётся противнику (при этом, конечно, играет честно, соблюдает правила игры). Это значит, что если игрок может с помощью некоторого хода (или серии ходов) выиграть, то он в разумной партии сделает именно этот ход (или серию ходов).

Наиболее наглядные - графические способы – это таблица, граф, цепочка, линейка и т.п. Граф игры — это множество точек, соединённых стрелочками (направленными рёбрами). Точки (вершины графа) – это множество всех игровых ситуаций, которые могут возникнуть в данной игре. Каждая точка (вершина графа) соответствует одной из возможных игровых ситуаций. То, что из точки A ведёт стрелочка в точку B, означает, что из позиции A можно сходить в позицию B. Дерево вариантов — одна из наиболее широко распространённых [структур](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D1%80%D1%83%D0%BA%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0_%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D1%85), представляющая [древовидную структуру](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%80%D0%B5%D0%B2%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D1%82%D1%80%D1%83%D0%BA%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0) в виде набора связанных узлов.

***Игра «Камешки»***

Рассмотрим игру – *камешки*. Это игра, где два игрока по очереди из одной кучи камней (можно использовать бусины, фасоль и т.п.) берут определенное правилами количество этих камней. Победителем считается тот, который возьмет последний камень (или предпоследний, что правилами оговаривается отдельно).

Правила игры рассмотрим на примере. Два игрока. Куча камней одна. Разрешено брать 1, 3 или 4 камешка на каждом ходу. Игрок, который забирает из кучи последний камешек, считается победителем.

Возможные позиции (выигрышные и проигрышные) легко упорядочиваются – укладываются на отрезок числовой прямой от нуля до начальной позиции игры. Позиция 0 – проигрышная. Если камешков 1, 3 или 4, то тот игрок, чья очередь ходить, может сделать выигрышный ход – просто забрать все камешки. Значит, эти позиции выигрышные в нашей игре.

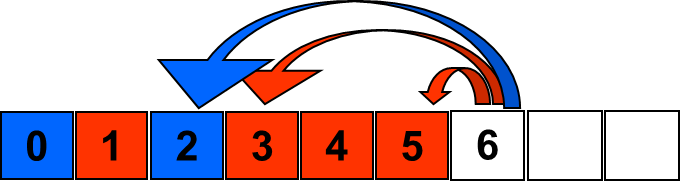
Если камешков 2, то игрок, чья очередь ходить, может сделать только один ход: взять 1 камешек. При этом он обязательно проиграет в этой партии: его противник заберёт оставшийся камешек и выиграет. Значит, позиция 2 – проигрышная.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |

Если камешков больше, то чтобы победить (независимо от того, какие ходы будет выбирать противник), надо постараться поставить нашего противника в невыгодное положение. Это значит, что надо оставить противнику такую позицию, из которой при любом его ходе нам достанется выигрышная позиция.

Итак, если камешков 5, то игрок может взять 1 (попадем в 4), 3 (попадем в 2) или 4 (попадем в 1) камня. Необходимо выбрать ход, в результате которого позиция изменится на проигрышную. Из позиций 5 и 6 есть ход, в результате которого получается проигрышная позиция 2. Значит, позиции 5 и 6 – выигрышные позиции. И так далее.

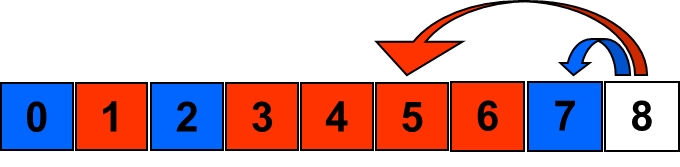




Позиция 7 – проигрышная: все ходы, которые можно сделать из этой позиции, оставляют противнику выигрышную позицию 6, 4 или 3. Пометим 7 синим цветом.



Позиция 8 – выигрышная: сделав ход, можно оставить противнику 7 камешков – проигрышную позицию. Пометим 8 красным цветом.

 И так далее.

Что же такое разумная партия в этом случае? Это такая партия, в которой на каждом ходу игроки стараются по возможности оставить противнику проигрышную позицию. Таким образом, на самом деле разумно может вести себя только игрок, который делает ход из выигрышной позиции. Если такой игрок на протяжении всей игры делает только разумные ходы, то в дальнейшем мы будем говорить, что он *следует своей выигрышной стратегии*. Его противник может при этом делать любые ходы, партия всё равно будет оставаться разумной.

***Линейка игровых позиций в игре «Камешки»***

Игроки берут камни из одной кучи. Рассмотрим различные комбинации числа камешков, которое берут игроки.

**А)** Игроки берут одно, строго фиксированное количество камешков. Возможны следующие ситуации:

Ситуация1.За один ход можно брать 1 камешек.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

В этом случае все зависит от количества камешков. Если количество их нечетно (3,5,7 и т.д.), то выиграет первый игрок. Если количество камешков четное (2,4,6 и т.д.), то выиграет второй.

Ситуация2.За один ход можно брать только 2 камешка. Если после хода игрока на игровом поле остается 1 камешек, то победу приписывают этому игроку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

В этом случае все зависит от количества камешков. Если количество их 2,3,6,7 и т.д., то выиграет первый игрок. Если количество камешков 4,5,8,9 и т.д., то выиграет второй.

Ситуация3.За один ход можно брать только 3 камешка. Если после очередного хода игрока на игровом поле остается 1 или 2 камешка, то победу приписывают этому игроку.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** |

В этом случае все зависит от количества камешков. Если количество их 3,4,5,9,10,11 и т.д., то выиграет первый игрок. Если количество камешков 6,7,8,12 и т.д., то выиграет второй.

Ситуация4. За один ход можно брать только 4 камешка. И т.д. и т.п.

**Б)** Игроки берут количество камешков, выраженные двумя числами – четным и нечетным. Возможны следующие ситуации:

Ситуация1.1.За один ход можно брать 1 или 2 камешка.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

В этом случае все зависит от количества камешков. Если количество их не делится на 3 (1,2,4,5 и т.д.), то выиграет первый игрок. Если количество камешков делится на 3 (3,6,9 и т.д.), то выиграет второй.

Ситуация1.2.За один ход можно брать 1 или 4 камешка.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

Позиции 2,5,8,11 и т.д.(отличаются на 3единицы) – проигрышные для первого игрока. Остальные позиции для первого – соответственно выигрышные.

Ситуация1.3.За один ход можно брать 1 или 6 камешков.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

Позиция 2, после неё 4,7,10 и т.д.(отличаются на 3единицы) – проигрышные для первого игрока. Остальные позиции для первого – соответственно выигрышные.

Таким образом, можно взять любую комбинацию 1 и четного числа. Если мы рассмотрим комбинацию 2 и нечетного числа (начиная с 3), то получим:

Ситуация2.1.За один ход можно брать 2 или 3 камешка. Положение – 1 камешек на игровом поле – проигрышное.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

В этом случае все зависит от количества камешков. Если количество их 2,6,10 и т.д.(отличается на 4) или 3,7,11 и т.д. (отличается на 4), то выиграет первый игрок. В других случаях выигрывает второй.

Ситуация2.2.За один ход можно брать 2 или 5 камешков. Положение – 1 камешек на игровом поле – проигрышное.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |

Повторяющееся сочетание пяти позиций (2,3,4,5,6) через два шага можно заметить, начиная со 2-ого:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |

Ситуация2.3.За один ход можно брать 2 или 7 камешков.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |

Повторяющееся сочетание семи позиций (2,3,4,5,6,7,8) через два шага можно заметить, начиная со 2-ого:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |

Таким образом, можно взять любую комбинацию 2 и нечётного числа. Можно предположить, что на линейке мы увидим повтор сочетания этого нечётного числа позиций, повторяющиеся через два шага.

Рассмотрим комбинацию 3 и четного числа (начиная с 4), получим:

Ситуация3.1.За один ход можно брать 3 или 4 камешка. Положение – 1 или 2 оставшихся камешка на игровом поле – проигрышное.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |

Повторяющиеся выигрышные 4 позиции через 3 проигрышные.

Ситуация3.2.За один ход можно брать 3 или 6 камешков. Положение – 1 или 2 оставшихся камешка на игровом поле – проигрышное.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |

Повторяющееся сочетание шести выигрышных позиций (3,4,5,6,7,8 и т.д.) через три проигрышных позиций.

Ситуация3.3.За один ход можно брать 3 или 8 камешков. Положение – 1 или 2 оставшихся камешка на игровом поле – проигрышное.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** | **21** |

Повторяющееся сочетание восьми позиций (2,3,4,5,6,7,8) через три шага можно заметить, начиная со 3-ого:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |

И т.д. и т.п.

**В)** Игроки берут количество камешков, выраженные двумя нечетными числами. Рассмотрим ситуации, когда игроки берут 1 или другое нечетное число камешков:

Ситуация4.1.За один ход можно брать 1 или 3 камешка.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

В этом случае чередование выигрышных и проигрышных позиций. Если количество камешков нечетное, то выигрывает первый, иначе – второй.

Ситуация4.2.За один ход можно брать 1 или 5 камешков.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

Ситуация аналогична 4.1. И т.д.

Рассмотрим ситуации, когда игроки берут 3 или другое (больше 3) нечетное число камешков. Здесь нужно опять оговорить дополнение к правилам: положение – 1 или 2 оставшихся камешка на игровом поле – проигрышное.

Ситуация5.1. За один ход можно брать 3 или 5 камешка.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |

В этом случае чередование пяти выигрышных и трех проигрышных позиций. Ситуация5.2. За один ход можно брать 3 или 7 камешков.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |

Комбинация из семи позиций повторяется, начиная с 3-ей.

И т.д.

**Г)** Игроки берут количество камешков, выраженные двумя четными числами.

Рассмотрим ситуации, когда игроки берут 2 или другое четное число камешков. Положение – 1 оставшийся камешек на игровом поле – проигрышное.

Ситуация 6.1.За один ход можно брать 2 или 4 камешка.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |

В этом случае: чередование 4-ех выигрышных и 2-ух проигрышных позиций, начиная с 2-ой позиции.

Ситуация 6.2. За один ход можно брать 2 или 6 камешков.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |

В этом случае: чередование 2-ух выигрышных и 2-ух проигрышных позиций, начиная с 2-ой позиции.

Итак, мы рассмотрели различные ситуации в игре «Камешки», когда игроки могут взять одно или два количества камешков. При этом существуют комбинации трех или четырех чисел. Приведем пример из школьного учебника информатики.

**Задача 1.** Выясни у кого из игроков есть выигрышная стратегия в игре Камешки с такими правилами: начальная позиция – 49 камешков, можно брать 1, 3 или 5 камешков за ход. Для решения раскрась числовую линейку до 15.

Решение. (самостоятельно)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

Т.к. число 49 –нечетное, то это выигрышная позиция для первого игрока. В разумной партии при любых ходах второго игрока первый игрок выиграет.

Составим задачу, похожую на предложенную выше.

**Задача 2.** Выясни у кого из игроков есть выигрышная стратегия в игре Камешки с такими правилами: начальная позиция – 35 камешков, можно брать 1, 2 или 4 камешка за ход. Для решения раскрась числовую линейку до 15.

Решение (похоже на ситуацию 1.1)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **0** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

Для первого игрока проигрышные ситуации – это числа, которые делятся на 3 (выигрышные для второго). Число 35 не делится на 3, поэтому эта позиция выигрышная для первого игрока. Стратегия первого: после хода второго игрока, взять такое количество камней, чтобы оставшееся число делилось на 3.

Замечание к задаче. Если бы в условии задачи было 36 камней, то это выигрышная позиция для второго игрока. Стратегия для него была бы такой же, как и в самой задаче.

**Вывод.** Позиции (выигрыша или проигрыша) на линейке и исходное количество камней в игре определяют стратегию каждого игрока в разумной партии.

Итак, мы показали на числовой линейке последовательность выигрышных и проигрышных позиций для игры «Камешки» с разными начальными условиями. Выигрыш (при условии разумной партии) в этой игре зависит от количества камней в куче и от порядкового номера игрока. В качестве продолжения этого направления рассмотрим комбинации игры «Ним» с разным количеством кучек камней.