Чашинский государственный аграрно-технологический колледж-филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Курганская государственная сельскохозяйственная академия имени Т.С. Мальцева»

**изучение линейной алгебры**

**Учебное пособие**

**для выполнения контрольной работы**

студентами заочного отделения

специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

по дисциплине «Математика», раздела «Элементы линейной алгебры»

Чаши 2017

Изучение линейной алгебры: учебное пособие для выполнения контрольной работы студентам заочного обучения специальности 38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)» по дисциплине «Математика», раздела «Элементы линейной алгебры»/ авт.-сост. В.В. Мухамадеева; Чашинский филиал ФГБОУ ВО Курганская ГСХА, 2017-26с.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ИРОСТ

|  |  |
| --- | --- |
| **Автор – составитель:** | **Мухамадеева Вера Владимировна**, преподаватель высшей квалификационной категории Чашинского филиала ФГБОУ ВО Курганской ГСХА |
| **Рецензенты:** | **Новоселова Ирина Александровна**, старший преподаватель кафедры естественно-математического образования ГАОУ ДПО ИРОСТ  **Кокорина Валентина Иннокентьевна**,  преподаватель высшей квалификационной категории Чашинского филиала ФГБОУ ВО Курганской ГСХА |

Рассмотрено и одобрено на заседании МПЦК ООД Протокол № \_\_\_ от \_\_\_\_\_\_\_\_

Председатель \_\_\_\_\_\_\_\_\_Мухамадеева В.В.

Учебное пособие включает в себя некоторые теоретические сведения, решение типовых задач и варианты контрольных работ по следующим разделам курса высшей математики: элементы линейной алгебры, системы линейных алгебраических уравнений. Предназначено для студентов заочного отделения Чашинского аграрно - технологического колледжа.

Издание позволяет сформировать общие и профессиональные компетенции у студентов заочного отделения и оценить знания и умения по изучаемым элементам высшей математики при контроле и самоконтроле.

Содержание данного учебного пособия составлено в соответствии с ФГОС СПО и рабочей программой дисциплины «Математика».

 Чашинский филиал ФГБОУ ВО

Курганская ГСХА, 2017

 В.В. Мухамадеева, 2017

СОДЕРЖАНИЕ

[Введение 4](#_Toc351395703)

Структура изучения дисциплины «Математика»……………………………...5

# Правила оформления контрольной работы………………………………………6

[ТЕМА 1. Элементы линейной алгебры 7](#_Toc351395695)

[Матрицы и действия над ними 7](#_Toc351395696)

[действия над матрицами 8](#_Toc351395696)

[Определитель матрицы 10](#_Toc351395697)

[Вычисление определителей 11](#_Toc351395697)

[Обратная матрица 13](#_Toc351395698)

[Ранг матрицы 15](#_Toc351395699)

[ТЕМА 2. Системы линейных алгебраических уравнений 16](#_Toc351395700)

[Методы СЛАУ 18](#_Toc351395698)

[Список использованной литературы 24](#_Toc351395703)

[КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ 25](#_Toc351395703)

ВВЕДЕНИЕ

Целью изучения дисциплины «Математика» является формирование личности студента, повышение его интеллекта, развития у студентов навыков применения математических знаний для решения конкретных задач, освоение студентами математического аппарата, позволяющего моделировать и исследовать реальные социально-экономические процессы.

Задачи:

1. Усвоение понятий матриц, определителя матриц, методов решения систем линейных

алгебраических уравнений.

2. Усвоения метода матриц для решения задач многоотраслевой экономики.

3. Изучение математических методов моделирования и анализа социально-экономических

процессов.

4. Применение математических методов для численных расчетов параметров социально-

экономических процессов.

В результате изучения дисциплины студент должен:

*иметь представление:* о роли и месте математики в современном мире, общности её понятий и представлений; об основных приемах применения математических моделей при решении задач профессиональной сферы.

*знать:* основные понятия линейной алгебры, виды задач линейного программирования и алгоритм их моделирования.

*уметь:* решать системы уравнений с несколькими переменными, моделировать и решать несложные задачи линейного программирования.

Цель учебного пособия способствовать формированию общих и профессиональных компетенций у студентов заочного отделения.

Работа студента над учебным материалом состоит из следующих элементов: изучение материала по учебникам и учебным пособиям, выполнение контрольных работ, посещение лекций, участие в практических занятиях, сдача зачетов и экзаменов.

Настоящее пособие включает в себя некоторые теоретические сведения, решение типовых задач и варианты контрольной работы по следующим разделам курса высшей математики: элементы линейной алгебры, системы линейных алгебраических уравнений.

Перед выполнением контрольного задания студент должен изучить соответствующие разделы курса по учебникам или по предлагаемому пособию. После изучения всей темы следует закрепить знания выполнением упражнений. Если студент испытывает затруднения в освоении теоретического или практического материала, то он может обратиться за письменной или устной консультацией к преподавателю.

Структура изучения дисциплины «Математика»

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения практических занятий, контрольных работ, тестирования, а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, проектов, исследований.

Их выполнение представляет собой одну из форм самостоятельной работы и имеет большое значение для изучения конкретной дисциплины. Написание контрольных работ способствует закреплению и углублению знаний, полученных во время обучения, приобретению навыков самостоятельного решения определенных проблем, использования монографической литературы, справочного, фактического материала и практики, развитию творческих способностей, научному обобщению и анализу полученных результатов, обоснованию выводов.

Содержание учебной дисциплины «Математика»

**для специальности 080114 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»**

|  |
| --- |
| Наименование разделов и тем |
|
| **Раздел 1. Элементы линейной алгебры** |
| Тема 1.1. Матрицы и определители |
| Тема 1.2. Системы линейных алгебраических уравнений |
| **Раздел 2. Линейное программирование** |
| Тема 2.1. Понятие и сущность линейного программирования |
| Тема 2.2. Моделирование задач линейного программирования |

Курс состоит из двух частей, которые соответствуют рабочей программе дисциплины «Математика» и включает разделы математики, соответствующие этой программе. Представленный материал содержит обязательный минимум знаний, необходимых студенту заочного отделения. В данных методических рекомендациях затронут раздел 1. «Элементы линейной алгебры», включающий в себя следующие разделы: матрицы и действия над ними; определители матриц и их свойства; системы линейных алгебраических уравнений и способы их решения.

Настоящее учебное пособие предназначено студентам заочной формы обучения. Изложение теоретического материала сопровождается рассмотрением большого числа примеров и задач, ведется на доступном математическом языке.

# Правила оформления контрольной работы

1. Контрольная работа состоит из трёх заданий. Каждое из заданий контрольной работы выполняется по одному из вариантов, предложенных в перечне контрольных работ. Номер варианта контрольной работы определяется по последней цифре зачетной книжки. Если номер заканчивается 0, то он соответствует 10 варианту.

2. К выполнению контрольной работы следует приступать, предварительно изучив соответствующие разделы и разобрав приведенные в них примеры.

3. Контрольная работа должна быть выполнена в письменном виде (в отдельной тетради, **аккуратно, четким почерком**). Для выполнения контрольной работы используется школьная тетрадь объёмом 12…18 листов. На обложке тетради оформляется надпись: Контрольная работа по дисциплине ″Математика″, раздел №1 Элементы линейной алгебры. Далее указываются: специальность, номер группы, фамилия, имя, отчество, номер зачётной книжки (обязательно) и номер варианта.

4. При написании работы используется рекомендуемая литература.

5. Решение выполняется в логической последовательности с пояснениями и краткими формулировками производимых действий. При этом сначала переписывается само задание, и только после этого следует подробный ход решения в соответствии с предъявляемыми требованиями. В заключение каждого задания указывается список литературы, которая использовалась при выполнении задания.

6. Выполненная контрольная работа направляется для проверки и рецензирования в установленные сроки.

7. Если контрольная работа выполнена с нарушением данных указаний или не полностью, она возвращается слушателю без проверки.

8. Получив проверенную работу, студенту необходимо исправить отмеченные ошибки и, если она не зачтена, выслать на повторное рецензирование.

# ТЕМА 1. Элементы линейной алгебры

## Матрицы и действия над ними

**Определение.** Матрицей размера *m*×*n* называется совокупность *m*⋅*n* элементов, представленная в виде таблицы, состоящей из *m* строк и *n* столбцов,



где *aij*, , ,  - элемент матрицы *А*, стоящий на пересечении строки *i* и столбца *j*.

Матрица размера 1×*n* или *m*×1 называется матрицей-строкой или матрицей-столбцом соответственно (или вектором).

Если число строк матрицы равно числу столбцов, то матрица называется квадратной, а число строк является ее порядком или размером.

Элементы квадратной матрицы размера *n*, стоящие на пересечении строк и столбцов с одинаковыми номерами, то есть , , …,  образуют главную диагональ. Соответственно элементы , , …, , лежащие на прямой, соединяющей правый верхний и левый нижний углы матрицы, образуют побочную диагональ.

Рассмотрим числовые и функциональные матрицы.

**Определение**

Матрица, все элементы которой равны нулю, называют нулевой.

 **Определение**

Квадратная матрица, у которой на главной диагонали стоят единицы, а остальные элементы равны нулю, называется единичной и обозначается:

 **Определение**

Квадратная матрица, у которой под главной диагональю стоят нули, называется треугольной.

**Определение**

Матрица *А*Т называется транспонированной к матрице *А*, если у нее каждая строка является столбцом матрицы *А*.

***Действия над матрицами***

.

***1. Сложение матриц***

Пусть матрицы *А* и *В* имеют одинаковый размер *m*×*n*, то есть

, .

Матрица *С* размера *m*×*n* называется суммой матриц *А* и *В*, если

, ,

то есть, чтобы сложить матрицы одинакового размера, необходимо сложить их соответствующие элементы.

***2. Умножение матрицы на число***

Чтобы умножить матрицу на число, необходимо каждый элемент матрицы умножить на это число.

, , .

***3. Умножение матриц***

Произведением матрицы *А* размера *m*×*n* и матрицы *В* размера *n*×*k* называется матрица *С* размера *m*×*к*, имеющая следующий вид:

, где , , .

***Замечание 1.*** Отметим, что перемножить матрицы можно только в том случае, если число элементов в строке первой матрицы равно числу элементов в столбце второй матрицы.

***Замечание 2.*** Из правила умножения матриц следует, что, вообще говоря, , то есть умножение матриц не коммутативно.

**Пример 1.** Заданы матрицы:

, .

Найти, если это имеет смысл, *А*+*В*, *А⋅В*, *В*Т.

**Решение.** Так как матрицы квадратные, то для них все эти операции выполняются. Определим сумму матриц *А* и *В*, для этого вычислим суммы соответствующих элементов.



Вычислим произведение:

.

Чтобы транспонировать матрицу *В*, необходимо поменять местами соответствующие строки и столбцы.

.

**Упражнение.** Выяснить, какие из предложенных операций примера 1 выполнимы, если размерность матрицы *A* - *m*×*n*, а матрицы *B* - *n*×*к*.

## Определитель матрицы

Если матрица квадратная, то ее можно оценить (определить), то есть поставить в соответствие число.

**Определение.** Определителем Δ матрицы *А* (или det*А*) называется многочлен, составленный из элементов этой матрицы. Для матрицы порядка *n*, определитель записывается в виде:

Если матрица числовая, то значение определителя есть число, которое находят по известным правилам.

***Свойства определителей:***

1. Определитель матрицы не изменится, если матрицу протранспонировать: .
2. Определитель матрицы равен нулю, если он содержит строку (столбец), все элементы которой равны нулю.
3. Определитель матрицы равен нулю, если элементы двух строк (столбцов) одинаковые.
4. Определитель матрицы равен нулю, если элементы двух строк (столбцов) пропорциональны.
5. Определитель матрицы меняет свой знак на противоположный, если поменять места две строки (столбца).
6. Если все элементы некоторой строки (столбца) имеют общим множитель, то он выносится за знак определителя.
7. Если к одной строке (столбцу) определителя прибавить другую строку (столбец), умноженную на число, то значение определителя не изменится.
8. Определитель треугольной матрицы равен произведению элементов, стоящих на главной диагонали.



***Вычисление определителей***

***Определитель 2-го порядка*** равен произведению элементов главной диагонали минус произведение элементов побочной диагонали, то есть

.

**Примеры**

Вычислить определители:

1. ;
2. ;
3. .

***Определитель 3-го порядка*** вычисляется по формуле:

.

Для ее запоминания используется мнемоническое правило - ***правило треугольников***. Оно состоит в изображении (явном или мысленном) элементов матрицы точками. Точки, соответствующие произведениям, которые входят в определитель, соединяются отрезками.

 

Главной диагонали и двум треугольникам, основания которых параллельны главной диагонали, соответствуют произведения со знаком «+», а побочной диагонали и треугольникам, основания которых ей параллельны, соответствуют произведения со знаком «−».

**Определение.** Минором *к* порядка, , матрицы порядка *n* называется определитель, полученный из исходного вычеркиванием *n-k* строк и *n-k* столбцов. Определитель, составленный из элементов стоящих на пересечении вычеркнутых *n-k* строк и столбцов, называется дополнительным минором к минору *k* порядка.

**Определение.** Минором  элемента , , называется определитель порядка *n*-1, полученный вычеркиванием строки *i* и столбца *j* из определителя Δ порядка *n*. Элемент  и его минор  являются взаимнодополнительными минорами.

**Определение.** Алгебраическим дополнением элемента  определителя Δ называется число  равное минору  со знаком «+», если сумма *i*+*j* четная, и со знаком «−», если сумма *i*+*j* нечетная, то есть

. (1)

Определитель *n-*го порядка можно вычислить ***разложением по строке i*** (*столбцу j*). Например, для определителя 3-го порядка получаются следующие равенства:

, 

или

, .

**Пример 2**

1. Вычислим определитель по правилу треугольников:

.

1. Вычислим определитель разложением по третьему столбцу. Определим алгебраические дополнения элементов третьего столбца:

,

,

.

Далее по формуле (1) имеем:

.

## Обратная матрица

**Определение.** Если определитель матрицы равен нулю, то матрица называется вырожденной. В противном случае, матрица называется невырожденной.

**Определение.** Матрица  называется обратной к матрице *А* размера *n*, если она удовлетворяет следующему равенству:

.

**Теорема.** Для существования обратной матрицы  необходимо и достаточно, чтобы матрица *А* была невырожденной [4].

Если обратная матрица существует, то она находится по формуле:

. (2)

**Пример 3.** Найти матрицу, обратную к матрице .

**Решение.** Вычислим определитель матрицы *А*:

.

Так как Δ≠0, матрица *А* является невырожденной и для нее существует обратная, найдем ее. Для этого вычислим алгебраические дополнения для каждого элемента матрицы *А*:

; ; ;

; ; ;

; ; .

Подставим найденные значения в формулу (2).



## Ранг матрицы

**Определение.** Рангом матрицы *А* называется наивысший порядок ее миноров, отличных от нуля, который обозначается .

***Элементарные преобразования матрицы***:

1. Перестановка двух строк.
2. Умножение любой строки на ненулевое число.
3. Добавление к одной строке другой, умноженной на любое число.

**Теорема.** Ранг матрицы не изменится, если к ней применить элементарные преобразования.

***Замечание.*** При определении ранга матрицы целесообразно при помощи элементарных преобразований привести ее к треугольному виду. Используя свойство 8 определителей (см. стр. 11), легко найти наибольший порядок отличных от нуля миноров.

**Пример 4.** Вычислить ранг матрицы .

**Решение.** Приведем матрицу *А* к треугольному виду. Переставим местами 1-ую и 3-ю строки местами. Домножим 1-ую строку на (-5) и (-2) и прибавим ко 2-ой и 3-ей строке соответственно. Полученную 2-ую строку разделим на (-2) и прибавим к полученной 3-ей.

 →  →  →  → .

Таким образом, минор 3-го порядка =1⋅1⋅0=0, минор 2-го порядка =1⋅1=1≠0, поэтому =2.

# ТЕМА 2. Системы линейных алгебраических уравнений

Пусть задана система  линейных алгебраических уравнений с *n* неизвестными (СЛАУ):



где  - неизвестные,  - коэффициенты при неизвестных,  - свободные члены, , .

Обозначим через *А* матрицу, составленную из коэффициентов при неизвестных , а через  матрицу, полученную из *А* присоединением к ней столбца свободных членов.

, , 

Матрица *А* называется матрицей коэффициентов системы уравнений, а матрица  - расширенной матрицей коэффициентов системы уравнений.

**Определение.** Решением системы уравнений называется совокупность таких значений неизвестных: , , …, , которые удовлетворяют всем уравнениям системы. Решить систему уравнений - значит указать все его решения или показать, что их нет.

**Определение.** Система уравнений называется совместной, если она имеет хотя бы одно решение. Если система не имеет решения, то она называется несовместной.

**Теорема (Кронекера-Капелли).** Система линейных алгебраических уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг матрицы коэффициентов *А* равен рангу расширенной матрицы коэффициентов . Причем, если ранг матрицы *А* равен рангу матрицы  и равен числу неизвестных, то система уравнений имеет единственное решение; если ранги матриц *А* и  равны и они меньше числа неизвестных системы, то система уравнений имеет множество решений.

## Методы решения СЛАУ

Рассмотрим систему из трех линейных алгебраических уравнений и трех неизвестных:

 (3)

тогда матрица коэффициентов при неизвестных и расширенная матрица коэффициентов имеют вид:

, .

**1. Метод Крамера.** Для системы (3) введем следующие обозначения:

, , , , где , *i*=1,2,3 - определители, полученные из исходного определителя заменой столбца *i* столбцом свободных членов.

Тогда при решении системы методом Крамера [2] возможны следующие случаи:

1. если Δ≠0, то система (3) совместна и имеет единственное решение, которое находится по формулам:

, , ;

1. если Δ=0, Δ1=Δ2=Δ3=0, то система (3) либо имеет множество решений, либо несовместна;
2. если Δ=0 и хотя бы один из Δ1, Δ2, Δ3 не равен нулю, то система несовместна и решения не имеет.

**2. Матричный метод.** Пусть для системы (3) определитель Δ≠0. Запишем ее в матричной форме. Имеем: *А* - матрица коэффициентов при неизвестных, *Х* - столбец неизвестных, *В* - столбец свободных членов системы.

, , ,

тогда

.

Так как умножение матриц не коммутативно (неперестановочно), то, чтобы получить в правой части *X*, умножим это уравнение на  слева.



Так как , то имеем:



или

. (4)

**3. Метод Гаусса.** Метод Гаусса основан на алгоритме последователь-ного исключения неизвестных.

Задача состоит в том, чтобы привести ее к «треугольному» виду при помощи эквивалентных преобразований, то есть получить единицы на главной диагонали и нули под ними.

Выпишем расширенную матрицу коэффициентов системы (3).



Алгоритм состоит в том, что на каждом шаге выполняются следующие действия (количество шагов определяется количеством уравнений). Выбирается одна из ненулевых, не рассмотренных ранее строк, ее номер считаем равным *i*. Все элементы этой строки делятся на элемент, стоящий на *i*-м месте (номер столбца этого элемента равен *j*). Если на *i*-м шаге какая-то из строк содержит уже на *i-*м месте единицу, то именно она переставляется и считается *i-*й строкой. Далее, добавляя к остальным строкам строку *i*, умноженную на подходящее число, добиваемся того, что все элементы столбца *j*, расположенные ниже строки *i*, были равны нулю.

При решении системы уравнений (3) методом Гаусса возможны следующие случаи:

1. Если матрица  приведена к треугольному виду, то система (3) совместна и имеет единственное решение.
2. Если матрица  содержит хотя бы одну строку, все элементы которой равны нулю, то система (3) совместна и имеет множество решений.
3. Если матрица  содержит строку, все элементы которой, кроме свободного члена, равны нулю, то система (3) несовместна, то есть решения не имеет.

**Пример 1.** Решить систему уравнений:



**Решение.** 1)Решим систему методом Крамера.

, , ,

.

Так как Δ≠0, то система совместна и имеет единственное решение: *х*1=1, *х*2=0, *х*3=2.

2) Решим систему матричным методом. Так как Δ≠0, то обратная матрица к матрице *А* существует. Вычислим алгебраические дополнения. Имеем:

; ; ;

; ; ;

; ; ,

тогда обратная матрица  имеет следующий вид:

.

Найдем решение системы. Для этого запишем уравнение (4) в координатной форме:

,

следовательно, *х*1=1, *х*2=0, *х*3=2.

3) Решим систему методом Гаусса. Приведем расширенную матрицу коэффициентов  к «треугольному виду». Для этого переставим 1-ую и 2-ую строки местами. Затем домножим 1-ую строку на (-2) и прибавим ко 2-й и 3-й строкам. Полученную 2-ую строку домножим на (3) и прибавим к полученной 3-й строке. В итоге последнюю строку разделим на 18.

 →  →  →  → 

Матрица приведена к «треугольному виду», следовательно, система совместна и имеет единственное решение. Найдем его, выписав систему уравнений, соответствующую последней матрице.

⇒

Ответ: *х*1=1, *х*2=0, *х*3=2.

**Пример 2.** Решить систему уравнений:



**Решение.** 1)Решим систему методом Крамера. Имеем:

, .

Так как Δ=0, Δ1≠0, то система несовместна, решения не имеет.

1. Решим систему матричным методом. Так как Δ=0, то обратная матрица к матрице *А* не существует, матричный метод не применим.
2. Решим систему методом Гаусса. Приведем расширенную матрицу коэффициентов  к «треугольному виду». Для этого домножим 1-ую строку на (-3) и (-2) и прибавим ко 2-й и 3-й строкам соответственно. Полученную 2-ую строку прибавим к полученной 3-ей строке.

 →  → .

Так как у полученной матрицы в последней строке коэффициенты при неизвестных равны нулю, а свободный член не равен нулю, то решения нет, то есть система несовместна.

Ответ: система несовместна.

**Определение.** Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) называется однородной, если все свободные члены системы равны нулю.

 (5)

Очевидно, что однородная СЛАУ всегда совместна, так как одно ее решение всегда известно: все неизвестные равны нулю.

**Теорема.** Однородная система (5) имеет единственное нулевое решение, тогда и только тогда, когда определитель матрицы коэффициентов при неизвестных не равен нулю. В противном случае система (5) имеет множество решений.

**Пример 3.** Решить однородную систему уравнений:



**Решение.** Вычислим определитель матрицы *А*.

.

Так как Δ=0, то хотя бы одна из строк является линейной комбинацией других, следовательно, система имеет множество решений, которое найдем, например, методом Крамера.

Решим систему из двух уравнений (оставшееся уравнение является комбинацией этих двух).



Пусть , тогда



Вычислим определители:

, , .

Тогда , , .

Ответ: *х*1=*-*8*t*, *х*2=3*t*, *х*3=*t*, *t∈R*.

Список использованной литературы

Основная литература:

1. **Дадаян, А.А. Математика: учебник для ПО / А.А. Дадаян – М.: Форум: ИНФРА – М, 2003. – 552 с.**

2. Красс, М.С. Математика для экономических специальностей: учебник /М.С. Красс -4-е изд., испр. – М.: Дело, 2003. – 704 с.

3. Омельченко, В.П. Математика: учеб. пособие / В.П.Омельченко, Э.В. Курбатова. изд. 4-е, испр. – Ростов н/Д: Феникс, 2009.-380 с.

4. Пехлецкий, И.Д. Математика: учебник для студентов образоват. учреждений. средн проф. образования / И.Д.Пехлецкий. -6-е изд., стер. – М.: Академия, 2010.– 304 с.

Дополнительная литература:

1.Григоровская, И.П. Высшая математика: Учебное пособие / И.П. Григоровская –Шадринск: Шадринский пединститут, 2001., - 134 с.

2. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики: учебное-справочное пособие / под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – 2-е изд., - М.: ИД Юрайт, 2010. –646 с.

**3. Математика для экономистов. Задачник: учебно-практическое пособие / кол. авторов; под ред. С.И.Макарова, М.В.Мищенко. – М.:КНОРУС, 2008. -360 с.**

Интернет – ресурсы:

1. <http://www.resolventa.ru/data/metodstud/linprogr.pdf> Линейная алгебра (учебное пособие для студентов), автор Самаров К.Л.
2. [www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp](http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/student/la/examples.asp) Образовательный математический сайт Exponenta.ru. Линейная алгебра: для студентов задачи с решениями.
3. [www.alleng.ru/d/math/math160.htm](http://www.alleng.ru/d/math/math160.htm) Учебник создан в помощь студентам-экономистам и дополнен сборником задач и упражнений по линейной алгебре.
4. [www.math.csu.ru/lectures/LinAlgEcon.pdf](http://www.math.csu.ru/lectures/LinAlgEcon.pdf) Лекции по линейной алгебре для экономистов: перестановки и матрицы, автор Первова Е.Л.

# КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

**Задание 1.** Даны две матрицы: а1 – первая строка первой матрицы, а2 – вторая строка первой матрицы, в1 – первая строка второй матрицы, в2 – вторая строка второй матрицы. Произвести сложение и умножение матриц, полученные результаты умножить на номер своего варианта.

1. а1 (4, 5, 2), а2 (3, 0, 1), в1 (-1,4, 2), в2 (5, 7, 8);

2. а1 (3,-5, 2), а2 (4, 5, 1), в1 (-3, 0,-4), в2 (-4, 5,-16);

3. а1 (-2, 3, 5), а2 (1,-3, 4), в1 (7, 8,-1), в2 (1, 20, 1);

4. а1 (1, 3, 5), а2 (0, 2, 0), в1 (5, 7, 9), в2 (0, 4, 16);

5. а1 (2, 4,-6), а2 (1, 3, 5), в1 (0,-3, 7), в2 (3, 2, 52);

6. а1 (4, 3,-1), а2 (5, 0, 4), в1 (2, 1, 2), в2 (0, 12,-6);

7. а1 (3, 4,-3), а2 (-5, 5, 0), в1 (2, 1,-4), в2 (8,-16, 17);

8. а1 (-2, 1, 7), а2 (3,-3, 8), в1 (5, 4,-1), в2 (18, 25, 1);

9. а1 (1, 0, 5), а2 (3, 2, 7), в1 (5, 0, 9), в2 (-4, 2,-12);

10. а1 (2, 1, 0), а2 (4, 3,-3), в1 (-6, 5, 7), в2 (34, 5,-26).

**Задание 2.** Найти определители данных матриц.

1. ; ; ;

2. ; ; ;

3. ; ; ;

4. ; ; ;

5. ; ; ;

6. ; ; ;

7. ; ; ;

8. ; ; ;

9. ; ; ;

10. ; ; .

**Задание 3.** Дана система трех линейных уравнений с тремя неизвестными. Требуется: 1) найти ее решение с помощью правила Крамера; 2) записать систему в матричной форме и решить ее средствами матричного исчисления, при этом правильность вычисления обратной матрицы проверить, используя матричное умножение; 3) решить методом Гаусса.

1.

2. 

3.

4. 

5. 

6. 

7.

8. 

9.

10.