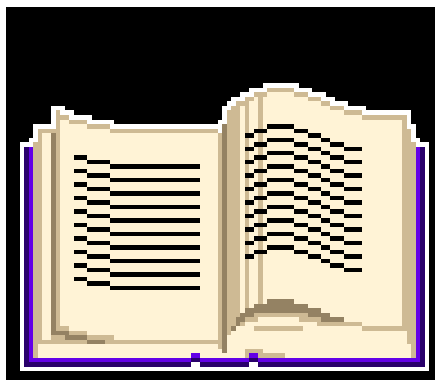


**Комитет по науке и высшей школе**  
**СПб ГБПОУ «Санкт-Петербургский политехнический  
колледж»**



**Учебно-методическое пособие по дисциплине  
«ИНФОРМАТИКА» для студентов колледжей**

Пособие составлено в соответствии с государственными требованиями к минимуму содержания и уровню подготовки выпускника по специальности.

АВТОР: Богомолова Н.И.  
преподаватель дисциплины «информатика»  
СПб ГБПОУ «Санкт-Петербургский политехнический колледж»

Учебно-методическое пособие предназначено для студентов колледжей всех специальностей по программе дисциплины «информатика». Содержание пособия соответствует программе базового курса, включает в себя темы дисциплины, предусмотренные примерной программой дисциплины. В пособии изложены основные теоретические положения курса. Подобраны вопросы и задания для самостоятельного решения. Даны примеры решения задач.

Материал, изложенный в пособии Вы найдёте на страницах сайта  
<https://sites.google.com/site/setevoejkabinet/home/zadacnik>

Санкт-Петербург  
2016 год

# Глава 1

## 1. Системы счисления

### 1.1 Позиционные и непозиционные системы счисления.

Системой счисления называют способ представления числа символами некоторого алфавита, которые называются цифрами. Все системы делятся на две большие группы: позиционные и непозиционные.

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
<b>П о з и ц и о н н ы е</b>		
Десятичная	<b>10</b>	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Двоичная	<b>2</b>	0, 1.
Восьмизначная	<b>8</b>	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.
Шестнадцатизначная	<b>16</b>	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.
<b>Н е п о з и ц и о н н ы е</b>		
Римская		I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1000).

☀ В позиционных системах счисления величина, обозначенная цифрой, зависит от позиции цифры в числе (разряд).  $555_{10}$  – 5 сотен, 5 десятков, 5 единиц.

В полной форме запись числа  $555_{10}$  в десятичной системе должна выглядеть следующим образом:

$$555_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

В двоичной системе счисления основание равно 2, и алфавит цифр включает числа 1, 0. Число 5 в двоичной системе в полной форме записывается следующим образом:

$$5 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

☀ В непозиционных системах счисления величина, самой распространённой из которых является римская, значение цифры не зависит от её положения в числе.

Например, в числе XXX (30) цифра X встречается трижды и, в каждом случае обозначает одну и ту же величину – число 10, три раза по 10 в сумме дают 30.

### Вопросы и задания

1. Чем отличаются позиционные системы счисления от непозиционных систем счисления?
2. Может ли в качестве цифры использоваться символ буквы?
3. Запишите число 2007 в десятичной системе в полной форме.
4. Почему человек использует десятичную систему счисления, а компьютер двоичную?
5. Запишите двоичное число  $1100_2$  в полной форме.
6. Запишите число 2007 в римской системе счисления.

### 1.2 Перевод чисел в десятизначную систему счисления.

Системой счисления называют способ представления числа символами некоторого алфавита, которые называются цифрами.

### Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятизначную систему счисления.

Число записать в полной форме и вычислить его значение.

$$1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}$$

### Перевод чисел из восьмизначной системы счисления в десятизначную.

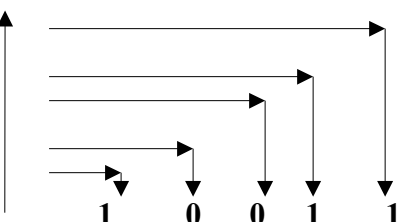
$$675_8 = 6 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 6 \cdot 64 + 7 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = 445_{10}$$

### Перевод чисел из шестнадцатизначной системы счисления в десятизначную.

$$19F_{16} = 1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 1 \cdot 256 + 9 \cdot 16 + 15 \cdot 1 = 415_{10}$$

## 1.3 Перевод чисел из десятизначной системы счисления в другие.

Исходное число многократно (до тех пор, пока частное не станет равным нулю) делится на основание системы, т.е. на 2, 8, 16. Остатки от деления записывают в виде нового числа.  $19_{10} = X_2$

$19 : 2 = 9$	остаток 1	
$9 : 2 = 4$	остаток 1	
$4 : 2 = 2$	остаток 0	
$2 : 2 = 1$	остаток 0	
$1 : 2 = 0$	остаток 1	

Считывают код снизу на верх, записывают слева направо -  
-  $19_{10} = 10011_2$

### Вопросы и задания

1. Переведите в десятичную систему следующие числа:  
двоичные; 101, 110, 111,  
восьмеричные; 6, 7, 16, 11, 22,  
шестнадцатизначные; 1A, 9C.

2. Переведите из десятичной системы в двоичную числа 7, 9, 13.  
Переведите в десятичную систему счисления арифметически и с помощью стандартной программы Windows КАЛЬКУЛЯТОР следующие числа  $10111_2$ ,  $11001111_2$ ,  $26_8$ ,  $57_8$ ,  $77_8$ ,  $1A_{16}$ ,  $B4_{16}$ ,  $9C_{16}$ .

4. **Арифметические операции в позиционных системах счисления**  
Арифметические операции во всех позиционных системах счисления выполняются по одним и тем же правилам. В основе лежат таблицы действий одноразрядных двоичных чисел. При сложении двух единиц происходит арифметический переполнение разряда и производится перенос в старший разряд. Переполнение разряда наступает тогда, когда величина числа в нём становится равным или большим основанию.

$0 + 0 = 0$	$1 - 0 = 1$	$0 * 0 = 0$
$0 + 1 = 1$	$1 - 1 = 0$	$1 * 1 = 1$
$1 + 0 = 1$	$0 - 0 = 0$	$1 * 0 = 0$
$1 + 1 = 10$	$10 - 1 = 1$	$0 * 1 = 0$

Сложение многоразрядных двоичных чисел происходит в соответствии с таблицами арифметических действий. В качестве примера рассмотрим сложение двух двоичных чисел 101 и 100.

$$\begin{array}{r} 101_2 \\ - 100_2 \\ \hline 1001_2 \end{array}$$

Проверка:

$$101_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 5$$

$$100_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4$$

$$5 + 4 = 9$$

$$1001_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9$$

**Перевод чисел из двоичной системы счисления в восьмизначную и шестнадцатизначную системы счисления.**

(  $X_2 \leftrightarrow X_8$  ;  $X_2 \leftrightarrow X_{16}$  и обратный перевод кодов выполняется с помощью таблиц.

Двоичная система	Восьмизначная система	Шестнадцатизначная система
<b>000</b>	<b>0</b>	0
<b>001</b>	<b>1</b>	1
<b>010</b>	<b>2</b>	2
<b>011</b>	<b>3</b>	3
<b>100</b>	<b>4</b>	4
<b>101</b>	<b>5</b>	5
<b>110</b>	<b>6</b>	6
<b>111</b>	<b>7</b>	7
<i>1000</i>		8
<i>1001</i>		9
<i>1010</i>		A
<i>1011</i>		B
<i>1100</i>		C
<i>1101</i>		D
<i>1110</i>		E
<i>1111</i>		F

### Правила перевода кодов с использованием таблиц

**Правило** перевода кодов из 8-ми - значной системы счисления в 2-ую систему счисления.

\* код слева направо разделить по три знака и полученные коды, заменить на коды 8-ми - значной системы счисления, используя таблицу.

**Правило** перевода кодов из 2-ой системы счисления в 8 - значную систему счисления.

\* коды из 2-ой системы счисления заменить на коды 8-ми- значной системы счисления, используя таблицу.

**ПРИМЕР:**  $101.101.110_2 = 556_8$

**Правило** перевода кодов из 16-ти - значной системы счисления в 2-ую систему счисления.

\* код слева направо разделить по четыре знака и полученные коды, заменить на коды 16-ти значной системы счисления, используя таблицу.

**Правило** перевода кодов из 2-ой системы счисления в 16-ти - значную систему счисления.

\* коды из 2-ой системы счисления заменить на коды 16-ти- значной системы счисления, используя таблицу.

**ПРИМЕР:**  $0001.0110.1110_2 = 16E_{16}$

### **Вопросы и задания**

1. Сложите арифметически двоичные числа:

- $11_2$  и  $10_2$ ,
- $111_2$  и  $110_2$ ,
- $11_2$  и  $11_2$ .

2. С помощью стандартной программы Windows КАЛЬКУЛЯТОР произведите сложение, вычитание, умножение.

- Двоичных чисел; 1000 и 100,
- Восьмизначных чисел 12 и 5,
- Шестнадцатизначных 11E и 15A

Проверьте правильность выполнения арифметических операций в десятичной системе счисления и с помощью стандартной программы Windows КАЛЬКУЛЯТОР.

## **Переводы дробных положительных и отрицательных чисел**

### **Перевод из десятичной системы счисления в двоичную $X_{10} \rightarrow X_2$ (8,16)**

1. Делим последовательно на основание системы (2, 8, 16)

$10/2=5$  (остаток-0)  
 $5/2=2$  (остаток-1)  
 $2/2=1$  (остаток-0)  
 $1/2=1$  (остаток-1) считываем код снизу вверх  $1010_2$   
Дописываем впереди числа нули до 8-ого разряда  $00001010_2$   
Отрицательное число  $-10_{10}$  получаем инверсией положительного числа,  
заменяя 0 на 1 и 1 на 0 -----  $11110101_2$ . Затем к данному числу прибавляем 1  
 $11110101$   
1  
 $11110110$  И так число  **$-10_2 = 11110110_2$**   
В восьмеричной будет соответственно  $12_8$  и  $366_{16}$

### **Перевод из десятичной системы счисления в двоичную $X_{10} \rightarrow X_2$ (8,16) дробных чисел**

**Перевести число 567,321 из десятичной системы счисления в 2-ую:**

1. Сначала разделим целую часть:

	получим	остаток
$567 / 2$	283	1
$283 / 2$	141	1

141 / 2	70	1
70 / 2	35	0
35 / 2	17	1
17 / 2	8	1
8 / 2	4	0
4 / 2	2	0
2 / 2	1	0
1 / 2	0	1

Остаток от деления записываем в обратном порядке.

Получаем число в 2-ой системе счисления:  $1000110111_2$

$$567_{10} = 1000110111_2$$

2. Для перевода дробной части числа последовательно умножаем дробную часть на основание 2. В результате каждый раз записываем целую часть произведения.

$$0.321 \cdot 2 = 0.642 \text{ (целая часть 0, остаток 0.642)}$$

$$0.642 \cdot 2 = 1.284 \text{ (целая часть 1, остаток 0.284)}$$

$$0.284 \cdot 2 = 0.568 \text{ (целая часть 0, остаток 0.568)}$$

$$0.568 \cdot 2 = 1.136 \text{ (целая часть 1, остаток 0.136)}$$



Получаем число в 2-ой системе счисления:  $0101_2$

$$0.321_{10} = 0101_2$$

Ответ:  $567,321_{10} = 1000110111,0101_2$

**Перевести число 567,321 из десятичной системы счисления в 8-ую:**

Сначала разделим целую часть:

	получим	остаток
567 / 8	70	7
70 / 8	8	6
8 / 8	1	0
1 / 8	0	1

Остаток от деления записываем в обратном порядке. Получаем число в 8-ой системе счисления: 1067

$$567_{10} = 1067_8$$

Для перевода дробной части числа последовательно умножаем дробную часть на основание 8. В результате каждый раз записываем целую часть произведения.

$$0.321 \cdot 8 = 2.568 \text{ (целая часть 2)}$$

$$0.568 \cdot 8 = 4.544 \text{ (целая часть 4)}$$

$$0.544 \cdot 8 = 4.352 \text{ (целая часть 4)}$$

$$0.352 \cdot 8 = 2.816 \text{ (целая часть 2)}$$

Получаем число в 8-ой системе счисления: 2442

$$0.321 = 2442_8$$

Ответ:  $567,321_{10} = 1067,2442_8$

**Перевести число 567,321 из десятичной системы счисления в 16-ую:**

Сначала разделим целую часть:

	получим	остаток
567 / 16	35	7
35 / 16	2	3
2 / 16	0	2

Остаток от деления записываем в обратном порядке. Получаем число в 8-ой системе счисления: 237

$$567_{10} = 237_{16}$$

Для перевода дробной части числа последовательно умножаем дробную часть на основание 16. В результате каждый раз записываем целую часть произведения.

$$0.321 \cdot 16 = 5.136 \text{ (целая часть 5)}$$

$$0.136 \cdot 16 = 2.176 \text{ (целая часть 2)}$$

$$0.176 \cdot 16 = 2.816 \text{ (целая часть 2)}$$

$$0.816 \cdot 16 = 13.056 \text{ (целая часть 13)}$$

Получаем число в 16-ой системе счисления: 522D

$$0.321 = 522D_{16}$$

Ответ:  $567,321_{10} = 237,522D_{16}$

## Глава 2

### Информация и её двоичное кодирование

#### 1. Информация. Количество информации.

Информация является ключевым понятием в курсе информатики. Слово **information** латинского происхождения и означает сведение, разъяснение, ознакомление. Можно выделить несколько подходов к определению этого понятия.

В быту слово применяется как «сведения», «сообщения», «осведомления о положении дел».

В кибернетике (науке об управлении) слово используется для характеристики управляющих сигналов.

В философии это понятие тесно связано с таким понятием как «взаимодействие» и «познание».

В информатике понятие «информация» вводится как мера уменьшения неопределённости. Такой подход позволяет количественно измерять информацию.



За единицу количества информации принята информация, которая посылает в компьютер один электрический сигнал в виде числа 1 или 0. Такая единица информации названа **бит**.

**Количество двоичных различных чисел можно определить по формуле:**

$N = 2^n$ , где  $n$  – разрядность числа (кода),  $N$  – количество чисел с такой разрядностью (кодов)

Например;

**11110000** – код 8-ми разрядный

$n = 8$ , количество таких кодов  $N = 2^8 = 256$ ,  
256 - всего восьмиразрядных кодов.

### **Вопросы и задания**

1. Что принято за единицу измерения количества информации?
2. Какое количество информации несёт один разряд двоичного числа? Два разряда? Три разряда?
3. Какое количество двоичных чисел можно записать с помощью четырёхразрядных кодов?
4. Какое количество кодов используется при кодировании информации 16-, 32-разрядной ЭВМ.
5. При кодировании цвета используют 4-разрядные коды, какое количество цветов при настройке ПК предлагается пользователю?
6. Оттенки цветовой гаммы True Color кодируются 16777216 кодами. Какой разрядности коды используются?

#### **2. Единицы измерения количества информации.**

В информатике наиболее употребляемой единицей измерения количества информации является байт, причём **1 байт = 8 бит** Компьютер оперирует двоичной системой счисления, поэтому в кратных единицах измерения используется коэффициент  $2^{10} = 1024$ .

1 Кбайт = $2^{10}$ байт	= 1024 байта
1 Мбайт = $2^{10}$ Кбайт	= 1024 Кбайт
1 Гбайт = $2^{10}$ Мбайт	= 1024 Мбайт

### **Вопросы и задания**

1. С помощью стандартной программы Windows **Калькулятор** вычислите:
  - Сколько бит в одном килобайте?;
  - Сколько байт в одном Гигабайте?
2. Заполните таблицу. Вычисления выполнить с помощью приложения **Калькулятор**, ответ записать с точностью до сотых.

Единицы измерения Носители информации	Байт	Кбайт	Мбайт	Гбайт
<b>Ячейка памяти 8 – разрядной ЭВМ</b>	<b>1</b>			
<b>Страница документа формат А4</b>		<b>32</b>		
<b>Гибкий магнитный диск (3,5 дюйм)</b>			<b>1,44</b>	



<b>CD - ROM</b>				<b>700</b>
-----------------	--	--	--	------------

3. Сколько страниц формата А4, полностью записанных, можно сохранить на гибком диске, объёмом памяти 1,38 Мбайт?

4. Можно ли 30 страниц курсового проекта сохранить в памяти на жёстком диске вашего компьютера?

### 3. Двоичное кодирование информации.

Компьютер может обрабатывать числовую, текстовую, графическую, звуковую и видео информацию.

Все виды информации кодируются в последовательности электрических импульсов, т.е. в последовательность нулей и единиц.

<b>Вид информации</b>
числовая
текстовая
графическая
звуковая
видео

**Числовую информацию** компьютер обрабатывается двоичной системе счисления. Таким образом, числа в компьютере представлены в виде последовательности нулей и единиц (0, 1) или битов. Восьми разрядная ЭВМ может обрабатывать максимальное число –  $11111111_2$  (вычислите какому числу в десятичной системе счисления соответствует данное двоичное число).

Разрядность процессора росла, появились 16 -, 32 -, 64 – разрядные процессоры для ЭВМ, соответственно росла и величина максимального числа, обрабатываемого за один такт.

В настоящее время большая часть ПК занято обработкой текстовой информацией.



**При двоичном кодировании текстовой информации** каждому символу ставится в соответствии своя уникальная последовательность из 0 и 1, свой уникальный двоичный код от 00000000 до 11111111 (десятичный код от 0 до 255).

**Графическая информация** на экране монитора представлена в виде изображения, которое формируется из (пикселей) точек. Чёрно-белое изображение без градаций серого цвета может иметь два состояния – «черная» или «белая». Для хранения состояния необходим 1бит.

Цветные изображения могут иметь различную глубину цвета (бит на точку: 4, 8, 16, 24).

<b>Глубина цвета (n)</b>	<b>Количество отображаемых цветов (N)</b>
4	$2^4 = 16$
8	$2^8 = 256$
16 (High Color)	$2^{16} = 65536$
24 (True Color)	$2^{24} = 16777216$



**Графический режим** вывода изображения на экран определяется **разрешающей способностью экрана и глубиной цвета**. Полная информация обо всех точках, хранящихся в видеопамяти, называется **битовой картой изображения**.

Современные компьютеры обладают такими техническими характеристиками, которые позволяют обрабатывать и выводить на экран, так называемое «живое видео», т.е. видеоизображение естественных объектов. Видео формируется из отдельных кадров. Частота кадров 25 герц, т.е. за одну секунду сменяется 25 кадров.

С начала 90-х годов ЭВМ получили возможность работать со **звуковой информацией**. Звуковой сигнал – это непрерывная волна с изменяющейся амплитудой и частотой. Непрерывный звуковой сигнал превращают в последовательность электрических сигналов.



**При двоичном кодировании непрерывного звукового сигнала он заменяется серией отдельных выборок - отсчётов.**

Современные звуковые карты могут обеспечить кодирование 65536 различных уровней сигнала или состояний, обеспечивают 16 – битное кодирование звука. При каждой выборке значения амплитуды звукового сигнала присваивается 16 – битный код.

## **Вопросы и задания**

1. Какое число в десятизначной системе счисления может обрабатывать 16-разрядная ЭВМ, например  $1111000011110000_2$ ?
2. Какое **максимальное число** в десятизначной системе счисления может обрабатывать 16 – разрядная ЭВМ?
3. Как кодируются символы текста?
4. Используя **Таблицу символов**, запишите последовательность десятичных числовых кодов в кодировке Windows (CP1251) для слова *компьютер*.
5. Используя **Блокнот**, определите какие слова в кодировке Windows (CP1251) заданы последовательностью числовых кодов:
  - 225, 224, 233, 242.
  - 11011101, 11000010, 11001100.
6. Закодируйте двоичными кодами своё полное имя, используя **Таблицу символов** и **Блокнот**.
7. Найдите объём видеопамати для различных графических режимов. Заполните таблицу.

Режим экрана	Глубина цвета (бит на точку)			
	4	8	16	24
640 на 480	150 Кбайт			
800 на 600			938 Кбайт	1,4 Мбайт
1 0 2 4    н а 768			1,5 Мбайт	
1280 на 1024	640 Кбайт	1,25 Мбайт		

8. В последнее время используется графический режим с глубиной цвета 32 бит. Определите:
  - Какое количество цветов отображается на экране при этой глубине цвета?
  - Какой объём видеопамати необходим для реализации данной глубины цвета при различных разрешающих способностях экрана?
9. Какое количество информации содержится в следующей картинке, напечатанной компьютером?

```

*****
*****
*****
***
*
***
*****
*****
* ***** *          **          * *

```

```

*****          *****          *
*****          *****
*   *          *           *

```

---

10. Юстасу необходимо открытым текстом передать сообщение:

**Дорогой Алекс! От всей души поздравляю тебя с Новым годом. Желаю тебе всего наилучшего. Твой Юстас.**

Пеленгатор определяет место передачи, если она длится не менее 3 мин. Какой скоростью ( в битах в секунду) должен передать Юстас радиограмму?

11.Сколько двоичных цифр (бит) необходимо чтобы закодировать одну оценку?

12.Человек способен различать примерно 100 градаций цвета. Сколько бит необходимо, чтобы их закодировать?

## Глава 3

### Основы логики

**Учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Древнего Востока (Китай, Индия).**

В основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы логики были заложены Аристотелем. Им впервые были отделены **логические формы речи от её содержания**, предложены терминологии логики, предложены и описаны логические операции, сформулированы основные законы мышления.

В XIX веке логика высказываний облеклась в форму правил над символами, логическими переменными. Возникла алгебра высказываний, в которой одна комбинация символов преобразовывалась в другую по определённым правилам.

#### 3.1 Понятие, суждение, умозаключение

**Логика – это наука о формах и способах мышления, необходимых для рационального познания в любой области знания.**



**Формальная логика** изучает внутреннюю структуру процесса мышления, который реализуется в формах, как *понятие, суждение, умозаключение*.

**Суть формально-логического мышления** - это оперирование понятиями, суждениями и получением новых знаний с помощью умозаключений.



**Понятие** – это мысль об объекте, выраженная через его существенные признаки.



**Суждение (высказывание)** – это мысль, выраженная в форме сочетания понятий, посредством которой чего-либо утверждают или отрицают о реальных вещах и явлениях.



**Умозаключение** – это такая форма мышления, посредством которой из суждений выводятся новые знания о предметах реального мира.

#### 3.2 Алгебра высказываний

В алгебре высказываний суждениям ставятся в соответствие логические переменные. Рассмотрим два простых высказывания:


**А** – «Два умножить на два равно четырём».

**В** - «Два умножить на два равно десяти».

Высказывания (записываются латинскими буквами) могут быть истинными или ложными. Истинному высказыванию поставим значение -1, ложному – 0. В нашем случае  $A = 1$ ,  $B = 0$ .

Над **высказываниями** можно производить определённые логические операции.

**Логическое умножение (конъюнкция)** объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «и».


 **Составное высказывание, образованное в результате конъюнкции, истинно тогда и только тогда, когда истинны входящие в него простые высказывания.**

Операцию логического умножения принято обозначать « $\wedge$ » или « $\&$ ». Образуется составное высказывание  $C$ .

$$C = A \wedge B$$

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**Логическое сложение (дизъюнкция)** объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «или».


 **Составное высказывание, образованное в результате дизъюнкции, истинно тогда, когда истинны хотя бы одно из входящих в него простых высказываний.**

Операцию логического сложения принято обозначать « $\vee$ » или « $+$ ». Образуется составное высказывание  $C$ .

$$C = A \vee B$$

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

**Логическое отрицание (инверсия)** - это присоединение частицы НЕ к высказыванию.

 **Инверсия** делает истинное высказывание ложным и наоборот.

Операцию логического отрицания (инверсию) над логическим высказыванием  $A$  принято обозначать  $\bar{A}$  (с чертой).

$$C = \bar{A}$$

A	C
0	1
1	0

### Вопросы и задания

1. Чем заменяются высказывания в алгебре высказываний?
2. Постройте таблицы истинности
  - а. логического умножения,
  - б. логического сложения,
  - в. логического отрицания.
3. Постройте таблицу истинности инверсии логического умножения.
4. Постройте таблицу истинности инверсии логического сложения.
5. Постройте таблицу истинности логического умножения инверсии высказываний.
6. Постройте таблицу истинности логического сложения инверсии высказываний.
7. Заполните таблицу высказываний

$$C = A \wedge B$$


A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

8. Заполните таблицу высказываний

$$C = A \wedge B \text{ (с чертой)}$$

A	B	C
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

**3.3 В рассмотренных выше простых примерах истинность и ложность составных высказываний достаточно просто было определить путём логических рассуждений. В более сложных случаях можно воспользоваться алгеброй высказываний.**

 **Высказывания, у которых таблицы истинности совпадают, называются равносильными.**

Для записи равносильных высказываний используют знак « = ».

$$C = A$$

### 3.4 Операции импликации и эквивалентности

В обыденной и научной речи кроме базовых логических связок «и», «или», «не», используются и другие: «если то...», «тогда... и только тогда» и др.. В алгебре высказываний все эти связки могут быть сведены путём эквивалентных преобразований к трём исходным.

**Логическая операция «если A то B», обозначается стрелкой; A** **B** и записывается  
следующей таблицей истинности.

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1

0	1	1
1	0	0
1	1	1

*Логическая операция эквивалентности «А тогда В», обозначается волнистой линией;  $A \sim B$  и записывается следующей таблицей истинности.*

A	B	$A \sim B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Вопросы и задания

1. Докажите, что операция импликации  $A \rightarrow B$  равносильна

логическому выражению  $A \vee B$ .

2.Получите таблицы истинности;

Выражение  $(A \wedge B) \vee (A \wedge B)$

Выражение  $A \wedge B$

3. Докажите, что логическое выражение  $A \wedge B$  равносильно

логическому выражению  $A \vee B$ .

## 3.5 Базовые логические элементы.

*Базовые логические элементы, реализуют три основные логические операции.*

- Логический элемент «И» - логическое умножение;
- Логический элемент «ИЛИ» - логическое сложение;
- Логический элемент «НЕ» - инверсия.

Поскольку любая логическая операция может быть представлена в виде трёх основных, любые устройства компьютера, производящие обработку или хранение информации, могут быть собраны из базовых логических элементов как из кирпичиков.

Логические элементы оперируют с сигналами, электрическими импульсами. Есть импульс – значение 1, нет импульса – значение 0.

**На вход логических элементов поступают сигналы - аргументы, на выходе появляется сигнал – функция.**

Преобразование сигнала задаётся таблицей состояния, которая фактически является таблицей истинности, соответствующей логической функции.

### Логический элемент «И» - логическое умножение

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**И**

**Логический элемент «ИЛИ» - логическое сложение**

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i> или <i>B</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

**Логический элемент «НЕ» - инверсия**

<i>A</i>	<i>C</i>
0	1
1	0

**НЕ**

### **Вопросы и задания**

1. Какой сигнал будет на выходе логического элемента «И», если на вход будут посланы сигналы  $A = 0$ ,  $B = 1$ ?
2. . Какой сигнал будет на выходе логического элемента «ИЛИ», если на вход будут посланы сигналы  $A = 0$ ,  $B = 1$ ?
3. . Какой сигнал будет на выходе логического элемента «НЕ», если на вход будут посланы сигналы  $A = 0$ , или  $A = 1$ ?
4. Расставьте сигналы на схемах логических устройств; замените логические элементы. Отчёт составьте в виде таблицы.

— НЕ

ИЛИ

—

— НЕ

—

И



## Глава 4

### Логические операции.

#### Дизъюнкция, конъюнкция и отрицание

Так как же связываются между собой простые логические высказывания, образуя сложные? В естественном языке мы используем различные союзы и другие части речи. Например, «и», «или», «либо», «не», «если», «то», «тогда». Пример сложных высказываний: «у него есть знания **и** навыки», «она придет во вторник, **либо** в среду», «я буду играть **тогда**, когда сделаю уроки», «5 **не** равно 6». Как мы решаем, что нам сказали правду или нет? Как-то логически, даже где-то неосознанно, исходя из предыдущего жизненного опыта, мы понимаем, что правда при союзе «и» наступает в случае правдивости обоих простых высказываний. Стоит одному стать ложью и все сложное высказывание будет ложно. А вот, при связке «либо» должно быть правдой только одно простое высказывание, и тогда все выражение станет истинным.

Булева алгебра переложила этот жизненный опыт на аппарат математики, формализовала его, ввела жесткие правила получения однозначного результата. Союзы стали называться здесь логическими операторами.

Алгебра логики предусматривает множество логических операций. Однако три из них заслуживают особого внимания, т.к. с их помощью можно описать все остальные, и, следовательно, использовать меньше разнообразных устройств при конструировании схем. Такими операциями являются **конъюнкция** (И), **дизъюнкция** (ИЛИ) и **отрицание** (НЕ). Часто конъюнкцию обозначают **&**, дизъюнкцию - **||**, а отрицание - чертой над переменной, обозначающей высказывание.

При конъюнкции истина сложного выражения возникает лишь в случае истинности всех простых выражений, из которых состоит сложное. Во всех остальных случаях сложное выражение будет ложно.

При дизъюнкции истина сложного выражения наступает при истинности хотя бы одного входящего в него простого выражения или двух сразу. Бывает, что сложное выражение состоит более, чем из двух простых. В этом случае достаточно, чтобы одно простое было истинным и тогда все высказывание будет истинным.



Отрицание – это унарная операция, т.к. выполняется по отношению к одному простому выражению или по отношению к результату сложного. В результате отрицания получается новое высказывание, противоположное исходному.

### Таблицы истинности

[https://youtu.be/GFUiniPj\\_r8](https://youtu.be/GFUiniPj_r8) - Алгоритм составления таблиц истинности  
<https://youtu.be/qrj6Ekwqr-c> -

Логические операции удобно описывать так называемыми **таблицами истинности**, в которых отражают результаты вычислений сложных высказываний при различных значениях исходных простых высказываний. Простые высказывания обозначаются переменными (например, А и В).

<http://inf1.info>

## Таблицы истинности

Конъюнкция

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A &amp; B</b>
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

Дизъюнкция

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>A    B</b>
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

Отрицание

<b>A</b>	<b>¬A</b>
0	1
1	0

## Логические основы компьютера

В ЭВМ используются различные устройства, работу которых прекрасно описывает алгебра логики. К таким устройствам относятся группы переключателей, триггеры, сумматоры.

Кроме того, связь между булевой алгеброй и компьютерами лежит и в используемой в ЭВМ системе счисления. Как известно она двоичная. Поэтому в устройствах компьютера можно хранить и преобразовывать как числа, так и значения логических переменных.

## Переключательные схемы

В ЭВМ применяются электрические схемы, состоящие из множества переключателей. Переключатель может находиться только в двух состояниях: замкнутом и разомкнутом. В первом случае – ток проходит, во втором – нет. Описывать работу таких схем очень удобно

с помощью алгебры логики. В зависимости от положения переключателей можно получить или не получить сигналы на выходах.

## Вентили, триггеры и сумматоры

**Вентиль** представляет собой логический элемент, который принимает одни двоичные значения и выдает другие в зависимости от своей реализации. Так, например, есть вентили, реализующие логическое умножение (конъюнкцию), сложение (дизъюнкцию) и отрицание.

**Триггеры и сумматоры** – это относительно сложные устройства, состоящие из более простых элементов – вентилях.

**Триггер** способен хранить один двоичный разряд, за счет того, что может находиться в двух устойчивых состояниях. В основном триггеры используются в регистрах процессора.

**Сумматоры** широко используются в арифметико-логических устройствах (АЛУ) процессора и выполняют суммирование двоичных разрядов.

## Законы алгебры логики

Для логических величин обычно используются три операции:

1. **Конъюнкция** – логическое умножение (И) – **and, &,  $\wedge$** .
2. **Дизъюнкция** – логическое сложение (ИЛИ) – **or, |,  $\vee$** .
3. Логическое отрицание (НЕ) – **not,  $\neg$** .

Логические выражения можно преобразовывать в соответствии с **законами алгебры логики**:

1. *Законы рефлексивности*  
 $a \vee a = a$   
 $a \wedge a = a$
2. *Законы коммутативности*  
 $a \vee b = b \vee a$   
 $a \wedge b = b \wedge a$
3. *Законы ассоциативности*  
 $(a \wedge b) \wedge c = a \wedge (b \wedge c)$   
 $(a \vee b) \vee c = a \vee (b \vee c)$
4. *Законы дистрибутивности*  
 $a \wedge (b \vee c) = a \wedge b \vee a \wedge c$   
 $a \vee b \wedge c = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$

5. Закон отрицания отрицания

$$\neg(\neg a) = a$$

6. Законы де Моргана

$$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$$

$$\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$$

7. Законы поглощения

$$a \vee a \wedge b = a$$

$$a \wedge (a \vee b) = a$$

### Логические элементы. Вентили

[https://youtu.be/GFUiniPj\\_r8](https://youtu.be/GFUiniPj_r8) - Алгоритм составления таблиц истинности

<https://youtu.be/qrij6Ekwqr-c> -

В основе построения компьютеров, а точнее аппаратного обеспечения, лежат так называемые **вентили**. Они представляют собой достаточно простые элементы, которые можно комбинировать между собой, создавая тем самым различные схемы. Одни схемы подходят для осуществления **арифметических операций**, а на основе других строят различную **память ЭВМ**.

**Вентель** - это устройство, которое выдает результат булевой операции от введенных в него данных (сигналов).

Простейший вентиль представляет собой транзисторный инвертор, который преобразует низкое напряжение в высокое или наоборот (высокое в низкое). Это можно представить как преобразование логического нуля в логическую единицу или наоборот. Т.е. получаем вентиль **НЕ**.

Соединив пару транзисторов различным способом, получают вентили **ИЛИ-НЕ** и **И-НЕ**. Эти вентили принимают уже не один, а два и более входных сигнала. Выходной сигнал всегда один и зависит (выдает высокое или низкое напряжение) от входных сигналов. В случае вентиль ИЛИ-НЕ получить высокое напряжение (логическую единицу) можно только при условии низкого напряжения на всех входах. В случае вентиль И-НЕ все наоборот: логическая единица получается, если все входные сигналы будут нулевыми. Как видно, это обратно таким привычным логическим операциям как И и ИЛИ. Однако обычно используются вентили И-НЕ и ИЛИ-НЕ, т.к. их реализация проще: И-НЕ и ИЛИ-НЕ реализуются двумя транзисторами, тогда как логические И и ИЛИ тремя.

Выходной сигнал вентиль можно выражать как функцию от входных.

Транзистору требуется очень мало времени для переключения из одного состояния в другое (время переключения оценивается в наносекундах). И в этом одно из существенных преимуществ схем, построенных на их основе.

## Основные вентили: НЕ, ИЛИ-НЕ, И-НЕ

Обозначения

Таблицы истинности

НЕ



a	X
0	1
1	0

ИЛИ-НЕ



a	b	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

И-НЕ



a	b	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0