**Областное государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение**

 **«Костромской торгово-экономический колледж»**

156000, г. Кострома, ул. Долматова, д. 25а

##

## **«Векторы в пространстве.»**

**Подготовил: студент 1 курса группа 43.02.15**

**Козонков Дмитрий Павлович**

**Проверила: Холинова Ольга Анатольевна,**

учитель математики и информатики

**Кострома, 2019**

**Векторы в пространстве**

**Определение 1.**

***Вектор*** – направленный отрезок. Другими словами, вектором называется отрезок, для которого указано, какой из его концов является началом, а какой концом.

На рисунках направление вектора обозначается стрелкой от начала к концу. Если длина рассматриваемого отрезка равна нулю, то есть отрезок вырождается в точку, то эта точка тоже может рассматриваться как вектор. Такой вектор называется нулевым и имеет произвольное направление.

|  |
| --- |
| https://mathematics.ru/courses/stereometry/content/chapter9/section/paragraph1/images/0900101.jpg |
| Рисунок 9.1.1 |

На рисунке 9.1.1 изображены ненулевые векторы  и  и нулевой вектор  Нулевой вектор иногда обозначается символом 

**Определение 2.**

Длиной (***модулем***) ненулевого вектора  называется длина отрезка *AB*. Она обозначается как  Длина нулевого вектора равна нулю: 

**Определение 3.**

Два ненулевых вектора называются ***коллинеарными***, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Поскольку нулевой вектор может иметь произвольное направление, то разумно считать его коллинеарным любому ненулевому вектору.

**Определение 4.**

Если два ненулевых вектора  и  коллинеарны, а лучи *AB* и *CD* сонаправлены, то векторы  и  называются ***сонаправленными***. Этот факт обозначается так:  Если же эти лучи не являются сонаправленными, то векторы  и  называются ***противонаправленными***. Этот факт обозначается так: 

|  |
| --- |
| https://mathematics.ru/courses/stereometry/content/chapter9/section/paragraph1/images/0900102.jpg |
| Рисунок 9.1.2 |

На рисунке 9.1.2    

**Определение 5.**

Два вектора называются ***равными***, если они сонаправлены и их длины равны.

На рисунке 9.1.2  так как  и  а  так как 

Нетрудно доказать следующее.

**Теорема 1. 1**

От любой точки пространства можно отложить вектор, равный данному, и притом только один.

Сделайте это самостоятельно.

**Определение 6.**

Два вектора называются ***противоположными***, если их длины равны, и они противоположно направлены (рис. 9.1.3).

|  |
| --- |
| https://mathematics.ru/courses/stereometry/content/chapter9/section/paragraph1/images/0900103.jpg |
| Рисунок 9.1.3.https://mathematics.ru/courses/stereometry/content/javagifs/63229915636286-25.gif и https://mathematics.ru/courses/stereometry/content/javagifs/63229915636316-26.gif – противоположные векторы. |

**Определение 7.**

***Суммой*** двух векторов  и  называется новый вектор  который обозначается  и получается следующим образом.

|  |
| --- |
| https://mathematics.ru/courses/stereometry/content/chapter9/section/paragraph1/images/0900104.jpg |
| Рисунок 9.1.4 |

Отложим от произвольной точки *A* вектор , равный  Теперь от точки *B* отложим вектор  равный  Вектор  и называется суммой векторов  и   Это правило сложения векторов называется ***правилом треугольника***.

Для сложения двух неколлинеарных векторов можно воспользоваться ***правилом параллелограмма***, известным из курса планиметрии (рис. 9.1.5).

|  |
| --- |
| https://mathematics.ru/courses/stereometry/content/chapter9/section/paragraph1/images/0900105.jpg |
| Рисунок 9.1.5 |

Для любых векторов   и  справедливы равенства:

*  (переместительный закон);
*  (сочетательный закон).

**Определение 8.**

Разностью векторов  и  называется такой вектор  сумма которого с вектором  равна вектору  Обозначается разность векторов так:  где  – вектор, противоположный вектору  (рис. 9.1.6).

|  |
| --- |
| https://mathematics.ru/courses/stereometry/content/chapter9/section/paragraph1/images/0900106.jpg |
| Рисунок 9.1.6 |

**Теорема 2.2.**

Сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.

Доказательство этого утверждения следует из закона сложения векторов.

**Определение 9.**

Произведением ненулевого вектора  на число *k* называется вектор  длина которого равна  причем при *k* > 0 векторы  и  сонаправлены, а при *k* < 0 – противонаправлены. Произведением любого числа на нулевой вектор является по определению нулевой вектор.

Из этого определения следует, что векторы  и  коллинеарны. Кроме того, произведение любого вектора на число 0 есть нулевой вектор.

Для любых векторов   и любых чисел *k* и *l* справедливы равенства:

*  (сочетательный закон);
*  (первый распределительный закон);
*  (второй распределительный закон).

**Теорема 3.3. Признак коллинеарности векторов.**

Для коллинеарности вектора  ненулевому вектору  необходимо и достаточно, чтобы существовало такое число λ, что 

Эта теорема доказывается аналогично, как в планиметрии.

**Следствие 1.3.1.**

Для того, чтобы точка *C* лежала на прямой *AB*, необходимо и достаточно, чтобы существовало такое число λ, что 

**Следствие 1.3.2.**

Для параллельности прямых *AM* и *BN* необходимо и достаточно, чтобы существовало такое число λ, что 